自然对数e

小圆滚滚

1 利息的来历

7000年前，美索不达米亚的苏美尔人因为发达的农业和贸易，建立起人类最早的文明和城市，也第一个发明了利息。打一个比方，就像一个人是把一只耕牛借给了别人，除了可以得到耕牛的租赁费用以外，还应该得到出售牛奶和小牛犊的钱。同样的，把钱借给别人，也应该得到钱再生的那部分钱，这就是利息。

关于这一点，后来的柏拉图和亚里士多德坚决反对，钱又不是活物，怎么会省钱呢？柏拉图式亚里士多德的老师，苏格拉底是柏拉图的老师，这三个人被合称“希腊三贤”，在哲学和逻辑学方面贡献良多。这个也不是我们今天说的重点。以现在的观点来看，柏拉图和他的学生是错了，钱用于投资的时候，是可以生钱的，这是现代经济学的一个基本常识。

举一个例子：

如果一个人投资1元，年息率是100%，如果一年结算一次利息，那么第二年他就可以得到2元。

如果一年结算两次利息，那么半年的利率应该是1/2，第二年可以得到本息

$$1+\frac{1}{2}+(1+\frac{1}{2})\times\frac{1}{2}$$
$$=(1+\frac{1}{2})\times(1+\frac{1}{2})$$
$$=(1+\frac{1}{2})^2$$
$$=2.25$$

如果每年结算三次利息，那么第二年可以得到本息

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{1+\frac{1}{3}}_{\text{第一次}}+(1+\frac{1}{3})\times\frac{1}{3}}_{\text{第二次}}+(1+\frac{1}{3}+(1+\frac{1}{3})\times\frac{1}{3})\times\frac{1}{3}}_{\text{第三次}}$$
$$=(1+\frac{1}{3})\times(1+\frac{1}{3})+(1+\frac{1}{3})\times(1+\frac{1}{3})\times\frac{1}{3}$$
$$=(1+\frac{1}{3})^3$$
$$\approx 2.36859$$

上面的算法在程序中可以用递归设计实现。

我们再往下看，寻找规律：

$(1+\frac{1}{4})^4\approx 2.44141$

假设银行人品爆发，一年365天，愿意天天付利息，这样利滚利的余额

≈ 2.71456748202元。

假设银行丧心病狂的每秒付利息，你也丧心病狂的每秒都再存入，1年利滚利的余额

≈ 2.7182817813元。

这个数越来越接近于自然对数的底数e了！

但是我们能发现利滚利的本息也有一个极限，这个极限就是e。它的含义是单位时间内，持续的翻倍增长所能达到的极限值。这就是e的来历。

你看，我们仅仅是利用自身的代数1，就得出了数学三大重要常数之一e，另外两个是圆周率π，黄金分割率φ。她们的地位不低于0和1.